2022年11月18日
JMPサミット2022＠WEB

# JMPで繰り返しが不揃いの2元配置データの解析ができるの？

## －平方和の分解ではなくデザイン行列と最小2乗平均の活用－


高橋 行雄

BioStat 研究所（株）

# 繰り返し不揃いの2元配置

- 実データで，2つの質的変数，量的な変数を反応として解析しようとすると必然的に「繰り返し不揃いの2元配置」に帰着する.
- だが，繰り返し不揃いの問題を扱っている日本語の書籍を見い出すことができない.
- そのためか，Web上では,「繰り返し数が等しくないと解析できない」との風評が蔓延している.

# 解析できないとの風評の原因

- 偏差平方和を主体にした解析が，分散分析の定番となっている.
- さらに，平方和の分解による分散分析表の作成が伝統的に好まれている.
- 繰り返しが不揃いだと平方和の分解が成り立たない.
- したがって，繰り返しが不揃いの場合は，解析できないと，あきらめが起きる.

# JMPの「モデルのあてはめ」

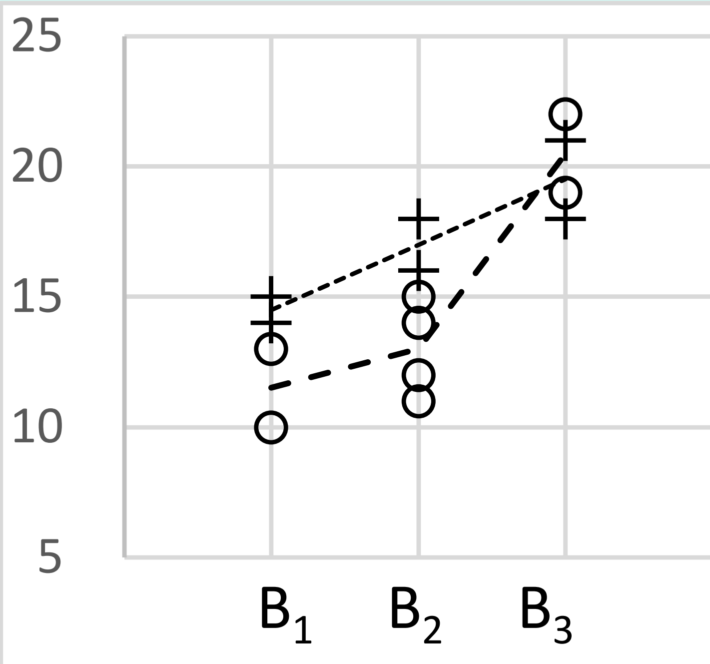
- JMPユーザは，繰り返し数が等しくても，不揃いでも，全く気にせず解析しているはずである．なぜなのだろうか．
- JMPの「モデルのあてはめ」は，SASの汎用的な一般線形モデル（GLMプロシジャ）をベースにしている．
- GLMプロシジャは，あらゆる実験計画に対応しており，SASの発売当時から繰り返しが不揃いの場合も対応していた．

# JMPのモデルのあてはめ

- 質的変数に対しては，内部で（1，-1）対比型のダミー変数を生成している．
- 一般的にダミー変数というと質的変数を（0，1）の量的変数に置き換える方法と一般的に理解されている．
- JMPでは，（1，-1）のような足してゼロとなる対比型ダミー変数に自動的に変換される．
- なぜ，（0，1）ではなく（1，-1）なのだろうか．

# 繰り返しが不揃いの事例

| | $B_1$ | | $B_2$ | | | | $B_3$ | | 平均 $y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 10 | 13 | 14 | 12 | 15 | 11 | 22 | 19 | 14.5 |
| $A_2$ | 15 | 14 | 16 | 18 | | | 21 | 18 | 17.0 |
| 平均 $y$ | 13.0 | | 14.33 | | | | 20.0 | | 15.57 |




高橋行雄，大橋靖雄，芳賀敏郎（1989），SAS による実験データの解析，307-333，東京大学出版会.

30年以上前に解析事例として取り上げていた.

再度，この課題を取り上げ深堀する.

# 3種のダミー変数

| (0, 1)型 | | | (1, 0)型 | | | (1, -1)対比型 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $a_2$ | | A | $a_1$ | | A | $a_1$ | |
| $A_1$ | 0 | | $A_1$ | 1 | | $A_1$ | 1 | |
| $A_2$ | 1 | | $A_2$ | 0 | | $A_2$ | -1 | |
| | | | | | | | | |
| B | $b_2$ | $b_3$ | B | $b_1$ | $b_2$ | B | $b_1$ | $b_2$ |
| $B_1$ | 0 | 0 | $B_1$ | 1 | 0 | $B_1$ | 1 | 0 |
| $B_2$ | 1 | 0 | $B_2$ | 0 | 1 | $B_2$ | 0 | 1 |
| $B_3$ | 0 | 1 | $B_3$ | 0 | 0 | $B_3$ | -1 | -1 |
| 一般的 | | | SAS/GLM | | | JMP | | |

◆各種の推定値の計算，および，分散の計算には，（1，-1）型ダミー変数が適している．

# $CT$を用いた偏差平方和の計算

- 繰返し数が等しい場合の計算方式
  - 不揃いの場合は使えない

$CT = T_{\cdots}^2 / N$， $T_{\cdots}$ ：データの総合計

$$S_{\mathrm{T}} = \left(\sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}{}^2\right) - CT$$

$$S_{\mathrm{A}} = \sum_i \frac{\left(\sum_j \sum_k y_{ijk}\right)^2}{n_{\mathrm{B}} n_{\mathrm{K}}} - CT$$

$$S_{\mathrm{B}} = \sum_j \frac{\left(\sum_i \sum_k y_{ijk}\right)^2}{n_{\mathrm{A}} n_{\mathrm{K}}} - CT$$

$$S_{\mathrm{AB}} = \sum_i \sum_j \frac{\left(\sum_k y_{ijk}\right)^2}{n_k} - CT$$

$$S_e = S_{\mathrm{T}} - S_{\mathrm{AB}}$$

$$S_{\mathrm{AB}} = S_{\mathrm{A}} + S_{\mathrm{B}} + S_{\mathrm{A\times B}}$$

$$S_{\mathrm{A\times B}} = S_{\mathrm{AB}} - S_{\mathrm{A}} - S_{\mathrm{B}}$$

# 偏差平方和の計算はできるが

| | | | $\hat{\mu}$ | | | $\hat{\alpha}$ | | $\hat{\beta}$ | | | $(\hat{\alpha\beta})$ | $\hat{\varepsilon}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $y_{ijk}$ | $\bar{y}_{\cdots}$ | $y-\bar{y}_{\cdots}$ | $\bar{y}_{\mathrm{A}}$ | $\bar{y}_{\mathrm{A}}-\bar{y}_{\cdots}$ | $\bar{y}_{\mathrm{B}}$ | $\bar{y}_{\mathrm{B}}-\bar{y}_{\cdots}$ | $\bar{y}_{\mathrm{AB}}$ | $\hat{y}_{\mathrm{AB}}$ | $\bar{y}_{\mathrm{AB}}-\hat{y}_{\mathrm{AB}}$ | $y-\bar{y}_{\mathrm{AB}}$ |
| $\mathrm{A}_1$ | $\mathrm{B}_1$ | 10 | 15.57 | -5.57 | 14.50 | 1.07 | 13.00 | 2.57 | 11.50 | 11.93 | -0.43 | -1.50 |
| | | 13 | 15.57 | -2.57 | 14.50 | 1.07 | 13.00 | 2.57 | 11.50 | 11.93 | -0.43 | 1.50 |
| | $\mathrm{B}_2$ | 14 | 15.57 | -1.57 | 14.50 | 1.07 | 14.33 | 1.24 | 13.00 | 13.26 | -0.26 | 1.00 |
| | | 12 | 15.57 | -3.57 | 14.50 | 1.07 | 14.33 | 1.24 | 13.00 | 13.26 | -0.26 | -1.00 |
| | | 15 | 15.57 | -0.57 | 14.50 | 1.07 | 14.33 | 1.24 | 13.00 | 13.26 | -0.26 | 2.00 |
| | | 11 | 15.57 | -4.57 | 14.50 | 1.07 | 14.33 | 1.24 | 13.00 | 13.26 | -0.26 | -2.00 |
| | $\mathrm{B}_3$ | 22 | 15.57 | 6.43 | 14.50 | 1.07 | 20.00 | -4.43 | 20.50 | 18.93 | 1.57 | 1.50 |
| | | 19 | 15.57 | 3.43 | 14.50 | 1.07 | 20.00 | -4.43 | 20.50 | 18.93 | 1.57 | -1.50 |
| $\mathrm{A}_2$ | $\mathrm{B}_1$ | 15 | 15.57 | -0.57 | 17.00 | -1.43 | 13.00 | 2.57 | 14.50 | 14.43 | 0.07 | 0.50 |
| | | 14 | 15.57 | -1.57 | 17.00 | -1.43 | 13.00 | 2.57 | 14.50 | 14.43 | 0.07 | -0.50 |
| | $\mathrm{B}_2$ | 16 | 15.57 | 0.43 | 17.00 | -1.43 | 14.33 | 1.24 | 17.00 | 15.76 | 1.24 | -1.00 |
| | | 18 | 15.57 | 2.43 | 17.00 | -1.43 | 14.33 | 1.24 | 17.00 | 15.76 | 1.24 | 1.00 |
| | $\mathrm{B}_3$ | 21 | 15.57 | 5.43 | 17.00 | -1.43 | 20.00 | -4.43 | 19.50 | 21.43 | -1.93 | 1.50 |
| | | 18 | 15.57 | 2.43 | 17.00 | -1.43 | 20.00 | -4.43 | 19.50 | 21.43 | -1.93 | -1.50 |
| | | 平方和 | | **171.43** | | **21.43** | | **114.10** | | | **16.10** | **26.00** |
| | | | | $S_{\mathrm{T}}$ | | $S_{\mathrm{A}}$ | | $S_{\mathrm{B}}$ | | | $S_{\mathrm{A\times B}}$ | $S_e$ |
| | | | | | | | $S_{\mathrm{T}}' = S_{\mathrm{A}}+S_{\mathrm{B}}+S_{\mathrm{A\times B}}+S_{\mathrm{e}} =$ | | | **177.62** | | |

# 繰り返し数が不揃いの場合

- ***CT*** を使った式ではなく，組合せ平均または期待平均からの偏差平方和による計算．

$$\bar{y}_{\cdots} = \sum_{ijk} y_{ijk} / N = 15.57$$

$$S_{\mathrm{T}} = \sum_{ijk} (y_{ijk} - \bar{y}_{\cdots})^2 = 171.43$$

$$S_{\mathrm{A}} = \sum_{ijk} (y_{ijk} - \bar{y}_{i\cdot\cdot})^2 = 21.43$$

$$S_{\mathrm{B}} = \sum_{ijk} (y_{ijk} - \bar{y}_{\cdot j\cdot})^2 = 114.10$$

$$\hat{y}_{ij\cdot} = \bar{y}_{i\cdot\cdot} + \bar{y}_{\cdot j\cdot} - \bar{y}_{\cdots}$$

$$S_{\mathrm{A*B}} = \sum_{ijk} (\bar{y}_{ij\cdot} - \hat{y}_{ij\cdot})^2 = 16.10$$

$$S_e = \sum_{ijk} (y_{ijk} - \bar{y}_{ij\cdot})^2 = 26.00$$

- 交互作用 $S_{A*B}$ は，セル平均から求めた期待平均 $y\hat{}_{ij\cdot}$ の差の平方和で計算する．

# モデルの平方和の合計が不一致

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| モデルの平方和 | $S_{Model}$ | = | 145.43 | # 正しい |
| 残差平方和 | $+S_e$ | = | 26.00 | 正しい |
| 総平方和 | $= S_T$ | = | 171.43 | 正しい |
| 因子A | $S_A$ | = | 21.43 | タイプ I |
| 因子B | $+S_B$ | = | 114.10 | ？ |
| 交互作用A×B | $+S_{A\times B}$ | = | 16.10 | ？ |
| モデルの平方和 | $=S'_{Model}$ | = | 151.62 | # 不一致 |

◆ 平方和の計算からでは，繰り返しが不揃いの2元配置の解析ができないことが，明らかである．

# SAS/GLM による結果と比較

| 要因 | 自由度 | 平方和 | 平均平方 | F 値 | Pr > F |
|---|---|---|---|---|---|
| Model | 5 | 145.4286 | 29.0857 | 8.95 | 0.0039 |
| Error | 8 | 26.0000 | 3.2500 | | |
| Corrected Total | 13 | 171.4286 | | | |
| R2 乗 | 変動係数 | Root MSE | Y の平均 | | |
| 0.8483 | 11.5775 | 1.8028 | 15.5714 | | |

| 要因 | 自由度 | Type I | | Type II | | Type III | | 平方和の計算 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 21.4286 | ≠ | 16.1333 | ≠ | 13.0909 | | 21.4286 | |
| B | 2 | 108.8000 | = | 108.8000 | ≠ | 105.2000 | | 114.0952 | 不一致 |
| A*B | 2 | 15.2000 | = | 15.2000 | = | 15.2000 | | 16.0952 | 不一致 |
| | | | | | | | 計 | 151.6190 | 不一致 |

- 繰り返しが等しければ，全ての平方和が一致する．

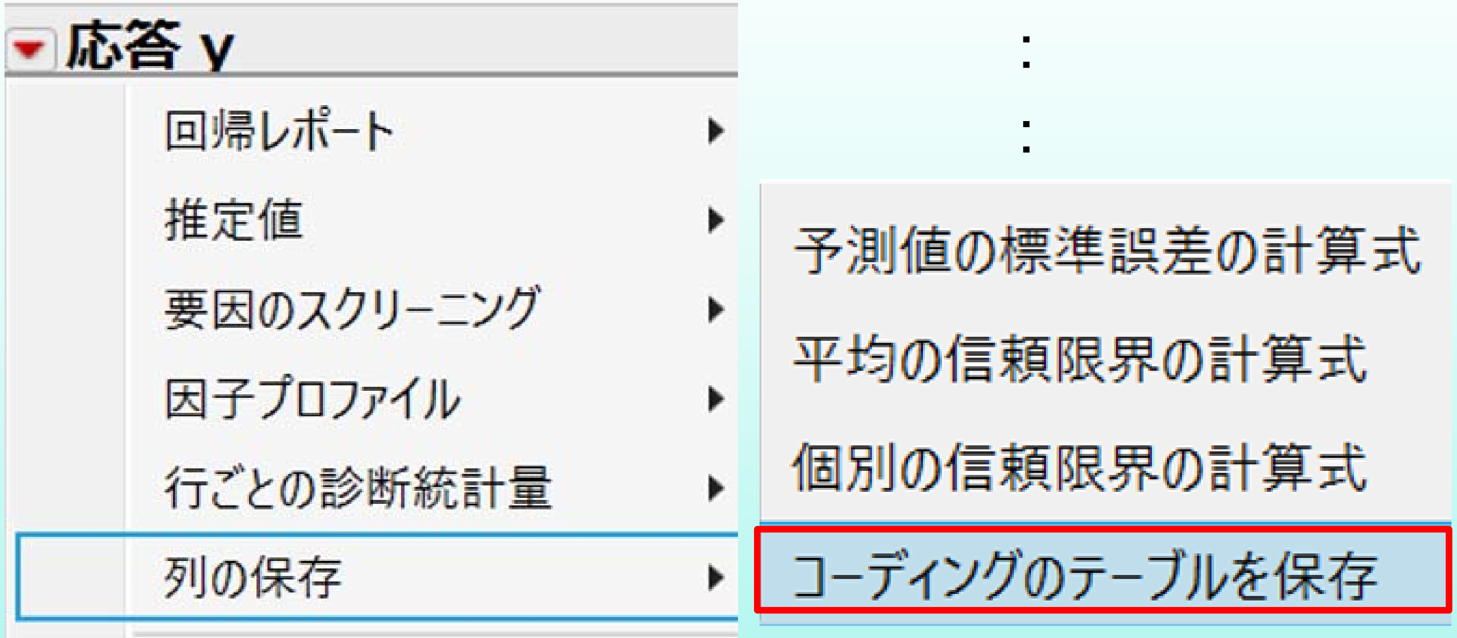
# JMPの「モデルのあてはめ」

| JMP　分散分析 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 要因 | 自由度 | 平方和 | 平均平方 | F値 |
| モデル | 5 | 145.4286 | 29.0857 | 8.9495 |
| 誤差 | 8 | 26.0000 | 3.2500 | p値(Prob>F) |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 | | 0.0039 |

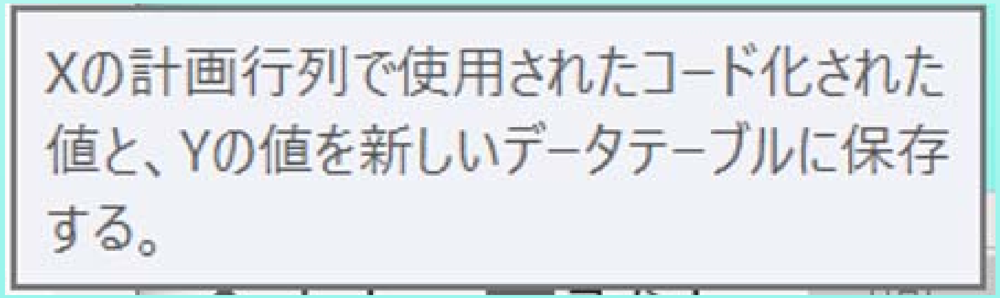
| JMP | | タイプ3 | | | | Excel |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 効果の検定 | | タイプ1 | | |
| 要因 | 自由度 | 平方和 | | 逐次平方和 | | 平方和の計算 |
| A | 1 | 13.0909 | ≠ | 21.4286 | = | 21.4286 |
| B | 2 | 105.2000 | ≠ | 108.8000 | ≠ | 114.0952 |
| A*B | 2 | 15.2000 | = | 15.2000 | ≠ | 16.0952 |
| モデル | 5 | 133.4909 | ≠ | 145.4286 | ≠ | 151.6190 |

- JMPでは，SAS/GLMのタイプ 3 およびタイプ 1 の平方和が出力される．平方和の計算は，不一致．

# コーディングのテーブルを保存




◆デザイン(計画)
行列 ＋ 反応 Y



# いわゆるデザイン行列 X の出力

| | | A | B | y |
|---|---|---|---|---|
| ○ | 1 | A1 | B1 | 10 |
| ○ | 2 | A1 | B1 | 13 |
| ○ | 3 | A1 | B2 | 14 |
| ○ | 4 | A1 | B2 | 12 |
| ○ | 5 | A1 | B2 | 15 |
| ○ | 6 | A1 | B2 | 11 |
| ○ | 7 | A1 | B3 | 22 |
| ○ | 8 | A1 | B3 | 19 |
| + | 9 | A2 | B1 | 15 |
| + | 10 | A2 | B1 | 14 |
| + | 11 | A2 | B2 | 16 |
| + | 12 | A2 | B2 | 18 |
| + | 13 | A2 | B3 | 21 |
| + | 14 | A2 | B3 | 18 |

➔

| | 切片 | A[A1] | B[B1] | B[B2] | A[A1]*B[B1] | A[A1]*B[B2] | y |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 13 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 14 |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 12 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 15 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 11 |
| 7 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 22 |
| 8 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 19 |
| 9 | 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 | 15 |
| 10 | 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 | 14 |
| 11 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 16 |
| 12 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 18 |
| 13 | 1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 1 | 21 |
| 14 | 1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 1 | 18 |

# 交互作用はダミー変数の積

元データ

| A | B | $y$ |
|---|---|---|
| $A_1$ | $B_1$ | |
| $A_1$ | $B_2$ | |
| $A_1$ | $B_3$ | |
| $A_2$ | $B_1$ | |
| $A_2$ | $B_2$ | |
| $A_2$ | $B_3$ | |

デザイン行列 X (コーディングのテーブル)

| 切片 | A[A1] | B[B1] | B[B2] | A[A1] *B[B1] | A[A1] *B[B2] | $y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | |
| 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 | |
| 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 | |
| 1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 1 | |

◆ JMPでは，デザイン（計画）行列 **X** を用いて分散分析を行なっている．

# デザイン行列 X を用いた分散分析

- 私は30年以上前に習得，以下は最新版
  - SAS Institute（2013），SAS/STAT13.1 User's Guide, The GLM Procedure,
    - https://support.sas.com/documentation/onlinedoc/stat/131/glm.pdf
  - Little R.C., Stroup W.W. and Freund R.j. (2002), SAS for Linear Models, 4th ed., SAS Institute.
  - ドレーパ・スミス著，中村慶一訳（1968），応用回帰分析，森北出版．原書初版，第4版が最新

# 普及活動への取り組み

- ◆ JMP サミット 2020
  - ●最小2乗平均の謎を予測プロファイルで解く
    
    －交互作用を考慮した共分散分析を用いて－
  - ●詳しくは，続・高橋セミナー　第9回　13章　最小2乗平均の謎を予測プロファイルで解く
    
    https://www.yukms.com/biostat/takahasi2/rec/009-13.htm
- ◆ JMP サミット 2021
  - ● 欠測値がある直交表の解析における線形モデルの活用
    
    －現行水準と最適水準の差の95%信頼区間の推定を例にして
    
    https://www.yukms.com/biostat/takahasi2/rec/010.htm

# 新たな入門書を準備中

## ◆層別因子を含む探索的な回帰分析入門

- 第1章　層別因子を含む各種の回帰分析の実際
- 第2章　予測プロファイルを活用した1元配置データの新たな解析
- **第3章　繰り返しが不揃いの2元配置**
  - 3.1.　繰り返し数が等しい場合
  - 3.2.　繰り返し数が等しくないが主効果が直交する場合
  - **3.3.　繰り返し数が不揃いの場合**　　➔ 今回の発表の題材
  - 3.4　タイプI, タイプII, タイプIII の平方和
- 第4章　線形モデルによる欠測値がある直交表の解析
- 以下 略　　➔ JMPサミット 2021

# デザイン行列を用いた分散分析

- 「デザイン行列 *X* を用いた分散分析」を適切に行うための基礎知識の習得が必要.
- 単回帰分析の解析法とし，平方和の分解に引き続き，デザイン行列 *X* を用いてExcelの行列関数による計算方法を導入する必要がある.
- JMPの「モデルのあてはめ」を用いた単回帰分析が学習のサポート役となる.

# 単回帰における予測値の標準誤差

- JMPでは，回帰の予測値 *y*^の標準誤差，95%信頼区間を行列計算で求めている．

| | 切片 | x | y | 予測式 y | 予測値の標準誤差 y |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 18 | 4 | 4.15 | 0.82 |
| 2 | 1 | 21 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 3 | 1 | 24 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 4 | 1 | 24 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 5 | 1 | 18 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 6 | 1 | 27 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 7 | 1 | 21 | 9 | 6.81 | 0.51 |
| 8 | 1 | 21 | 5 | 6.81 | 0.51 |
| 9 | 1 | 26 | 11 | 11.25 | 0.82 |
| 10 | 1 | 20 | 8 | 5.93 | 0.59 |

$\hat{\sigma}^2$ 予測値 *y*^の標準誤差の計算式

$$\sqrt{\text{Vec Quadratic}\left(\boxed{\begin{bmatrix} 5.6 & -0.25 \\ -0.25 & 0.011 \end{bmatrix}}, \text{Matrix}\left(\{\{1, \hat{x}\}\}\right)\right) \cdot \underbrace{2.3704545455}_{\hat{\sigma}^2}}$$

| | |
|---|---|
| 5.6000 | -0.2500 |
| -0.2500 | 0.0114 |

$(X^T X)^{-1}$

Excelによる行列計算の結果

# $y$^の予測値の標準誤差SE

◆ほとんどの書籍で予測値 $y$^ の標準誤差SEは，偏差平方和 $S_{xx}$ を用いた式となっている.

$$SE(\hat{y}) = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x}_{\cdot\cdot})^2}{S_{xx}}\hat{\sigma}^2}$$

◆JMP では，デザイン行列 $X$ を用いた2次形式での計算が行われている.

$$SE(\hat{y}) = \sqrt{2次形式\left[(X^T X)^{-1}, (1, x)\right]\hat{\sigma}^2}$$

# 95%信頼区間

- ◆予測値 *y^* の*SE* が求められれば，95%信頼区間の計算は，同じ計算式

$$95\%CL = \hat{y} \pm t_{0.05}(df) \cdot [SE]$$

$$\left( -11.8 + 0.8863636364 \bullet x \right)$$

$$2.3060041352$$

$$- \bullet \sqrt{\text{Vec Quadratic}\left( \begin{bmatrix} 5.6 & -0.25 \\ -0.25 & 0.011 \end{bmatrix}, \text{Matrix}\left( \{\{1, x\}\} \right) \right) \bullet 2.3704545455}$$

$$\hat{\sigma}^2$$

# 繰り返し数が不揃いの2元配置

- JMPの内部では，質的変数にダミー変数を用いた（重）回帰分析の解析を基本とし，結果の出力にダミー変数が前面に出てこないように徹底されている．
- 各種の95%信頼区間の計算の元になる標準誤差 *SE* の計算は，単回帰分析と同じように2次形式（VecQuadratic 関数）による計算が行われている．

# デザイン行列に関する入門書

- ドレーパ・スミス著，中村慶一訳（1968），応用回帰分析，森北出版.
  - 平方和の分解による解析方法からデザイン行列を用いた解析方法への橋渡しをしている名著.
- 続・高橋セミナー 第9回＜第4章＞デザイン行列を用いた回帰分析入門.
  - Excel の行列関数を用いて丁寧に解説.
  - https://www.yukms.com/biostat/takahasi2/rec/009-04.htm

# モデルのあてはめの結果

- 解析モデル　$y$ = A　B　A*B　フルモデル

**分散分析**

| 要因 | 自由度 | 平方和 | 平均平方 | F値 |
|---|---|---|---|---|
| モデル | 5 | 145.4286 | 29.0857 | 8.9495 |
| 誤差 | 8 | 26.0000 | 3.2500 | p値(Prob>F) |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 | | 0.0039* |

**効果の検定**

| 要因 | 自由度 | 平方和 | 平均平方 | F値 | p値(Prob>F) |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 13.0909 | 13.0909 | 4.0280 | 0.0797 |
| B | 2 | 105.2000 | 52.6000 | 16.1846 | 0.0015* |
| A*B | 2 | 15.2000 | 7.6000 | 2.3385 | 0.1586 |

タイプ３の平方和

# 効果の検定の平方和 $S_A$

| 要因 | 平方和 |
|---|---|
| A | 13.0909 |
| B | 105.2000 |
| A*B | 15.2000 |

フルモデル

**A + B + A*B**

| 要因 | 自由度 | 平方和 |
|---|---|---|
| モデル | 5 | 145.4286 |
| 誤差 | 8 | 26.0000 |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 |

A を除いたモデル

**B + A*B**

| 要因 | 自由度 | 平方和 |
|---|---|---|
| モデル | 4 | 132.3377 |
| 誤差 | 9 | 39.0909 |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 |

$$S_A = S_{モデル\,(A+B+A*B)} - S_{モデル\,(B+A*B)}$$

$$= 145.4286 - 132.3377 = 13.0909$$

# 効果の検定の平方和 $S_B$

| 要因 | 平方和 |
|---|---|
| A | 13.0909 |
| B | 105.2000 |
| A*B | 15.2000 |

フルモデル

**A + B + A*B**

| 要因 | 自由度 | 平方和 |
|---|---|---|
| モデル | 5 | 145.4286 |
| 誤差 | 8 | 26.0000 |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 |

Ｂを除いたモデル

**A + A*B**

| 要因 | 自由度 | 平方和 |
|---|---|---|
| モデル | 3 | 40.2286 |
| 誤差 | 10 | 131.2000 |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 |

$$S_B = S_{モデル\,(A+B+A*B)} - S_{モデル\,(A+A*B)}$$

$$= 145.4286 - 40.2286 = 105.2000$$

# 効果の検定の平方和 $S_{A*B}$

| 要因 | 平方和 |
|---|---|
| A | 13.0909 |
| B | 105.2000 |
| A*B | 15.2000 |

フルモデル

**A + B + A*B**

| 要因 | 自由度 | 平方和 |
|---|---|---|
| モデル | 5 | 145.4286 |
| 誤差 | 8 | 26.0000 |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 |

A*Bを除いたモデル

**A + B**

| 要因 | 自由度 | 平方和 |
|---|---|---|
| モデル | 3 | 130.22857 |
| 誤差 | 10 | 41.20000 |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.42857 |

$$S_{A*B} = S_{モデル\,(A+B+A*B)} - S_{モデル\,(A+B)}$$

$$= 145.4286 - 130.2287 = 15.2000$$

# 誤差の平方和 を用いる方法 $S_A$

| 要因 | 平方和 |
|---|---|
| A | 13.0909 |
| B | 105.2000 |
| A*B | 15.2000 |

A を除いたモデル

**B + A*B**

| 要因 | 自由度 | 平方和 |
|---|---|---|
| モデル | 4 | 132.3377 |
| 誤差 | 9 | 39.0909 |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 |

フルモデル

**A + B + A*B**

| 要因 | 自由度 | 平方和 |
|---|---|---|
| モデル | 5 | 145.4286 |
| 誤差 | 8 | 26.0000 |
| 全体(修正済み) | 13 | 171.4286 |

$$S_A = S_{e\,(B+A*B)} - S_{e\,(A+B+A*B)}$$

$$= 39.0909 - 26.0000 = 13.0909$$

# パラメータの推定値

◆パラメータの推定値について，どのように理解し，説明するのでしょうか．さらに，標準誤差は，どのようにして求められたのでしょうか．

| |
|---|
| 切片 |
| $a_1$ |
| $b_1$ |
| $b_2$ |
| $a_1b_1$ |
| $a_1b_2$ |

**パラメータ推定値**

| 項 | 推定値 | 標準誤差 | t値 | p値(Prob>\|t\|) |
|---|---:|---:|---:|---:|
| 切片 | 16.0000 | 0.4983 | 32.1117 | <.0001* |
| A[A1] | -1.0000 | 0.4983 | -2.0070 | 0.0797 |
| B[B1] | -3.0000 | 0.7205 | -4.1639 | 0.0031* |
| B[B2] | -1.0000 | 0.6719 | -1.4884 | 0.1750 |
| A[A1]*B[B1] | -0.5000 | 0.7205 | -0.6940 | 0.5073 |
| A[A1]*B[B2] | -1.0000 | 0.6719 | -1.4884 | 0.1750 |

# パラメータ θ^ の推定値 1

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

$X^T$ デザイン行列

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 切片 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| A[A1] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| B[B1] | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 1 | 1 | 0 | 0 | -1 | -1 |
| B[B2] | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 1 | -1 | -1 |
| A[A1] *B[B1] | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| A[A1] *B[B2] | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | 0 | 0 | -1 | -1 | 1 | 1 |

$X$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 |
| 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 |
| 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 |
| 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 |
| 1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 1 |
| 1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 1 |

= $X^T X$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **14** | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| 2 | **14** | 0 | 2 | 0 | 2 |
| 0 | 0 | **8** | 4 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 4 | **10** | 0 | 2 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | **8** | 4 |
| 2 | 2 | 0 | 2 | 4 | **10** |

=Mmult(Transpose(*X*の範囲),*X*の範囲)

# パラメータ θ^ の推定値 2

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

| | $X^T$ | | | | | | | | | | | | | | $y$ | | $X^T y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 切片 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 10 | = | 218 |
| A[A1] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 13 | | 14 |
| B[B1] | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 1 | 1 | 0 | 0 | -1 | -1 | 14 | | -28 |
| B[B2] | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 1 | -1 | -1 | 12 | | 6 |
| A[A1] *B[B1] | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 15 | | -8 |
| A[A1] *B[B2] | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | 0 | 0 | -1 | -1 | 1 | 1 | 11 | | 16 |
| | | | | | | | | | | | | | | | 22 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 19 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 15 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 14 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 16 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 18 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 21 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 18 | | |

# パラメータ θ^ の推定値 3

$$\theta\hat{} = \boxed{(X^T X)^{-1}}\ \boxed{X^T y}$$

| $(X^T X)^{-1}$ | | | | | | $(X^T y)$ | | $\theta$^ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0.08** | -0.01 | 0.01 | -0.01 | 0.01 | -0.01 | 218.00 | = | 16.00 |
| -0.01 | **0.08** | 0.01 | -0.01 | 0.01 | -0.01 | 14.00 | | -1.00 |
| 0.01 | 0.01 | **0.16** | -0.07 | -0.01 | 0.01 | -28.00 | | -3.00 |
| -0.01 | -0.01 | -0.07 | **0.14** | 0.01 | -0.03 | 6.00 | | -1.00 |
| 0.01 | 0.01 | -0.01 | 0.01 | **0.16** | -0.07 | -8.00 | | -0.50 |
| -0.01 | -0.01 | 0.01 | -0.03 | -0.07 | **0.14** | 16.00 | | -1.00 |

=Minverse(($X^T X$)の範囲)

パラメータ推定値

| 項 | 推定値 |
|---|---|
| 切片 | 16.00 |
| A[A1] | -1.00 |
| B[B1] | -3.00 |
| B[B2] | -1.00 |
| A[A1]*B[B1] | -0.50 |
| A[A1]*B[B2] | -1.00 |

◆ Excel の行列計算によりJMPの推定値が再現できた.

# パラメータ θ^ の標準誤差

$(X^T X)^{-1}$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **0.0764** | -0.0069 | 0.0069 | -0.0139 | 0.0069 | -0.0139 |
| -0.0069 | **0.0764** | 0.0069 | -0.0139 | 0.0069 | -0.0139 |
| 0.0069 | 0.0069 | **0.1597** | -0.0694 | -0.0069 | 0.0139 |
| -0.0139 | -0.0139 | -0.0694 | **0.1389** | 0.0139 | -0.0278 |
| 0.0069 | 0.0069 | -0.0069 | 0.0139 | **0.1597** | -0.0694 |
| -0.0139 | -0.0139 | 0.0139 | -0.0278 | -0.0694 | **0.1389** |

=Minverse(($X^T X$)の範囲)

$\sigma^2$^

| |
|---|
| 3.2500 |

残差の平均平方
誤差分散の推定値

| 要因 | 平均平方 |
|---|---|
| モデル | 29.0857 |
| 誤差 | 3.2500 |
| 全体(修正済み) | |

対角要素

$\Sigma(\theta\text{^}) = (X^T X)^{-1} \sigma^2\text{^}$

| | | | | | | Var(θ^) | SE(θ^) | 標準誤差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0.2483** | -0.0226 | 0.0226 | -0.0451 | 0.0226 | -0.0451 | 0.2483 | 0.4983 | 0.4983 |
| -0.0226 | **0.2483** | 0.0226 | -0.0451 | 0.0226 | -0.0451 | 0.2483 | 0.4983 | 0.4983 |
| 0.0226 | 0.0226 | **0.5191** | -0.2257 | -0.0226 | 0.0451 | 0.5191 | 0.7205 | 0.7205 |
| -0.0451 | -0.0451 | -0.2257 | **0.4514** | 0.0451 | -0.0903 | 0.4514 | 0.6719 | 0.6719 |
| 0.0226 | 0.0226 | -0.0226 | 0.0451 | **0.5191** | -0.2257 | 0.5191 | 0.7205 | 0.7205 |
| -0.0451 | -0.0451 | 0.0451 | -0.0903 | -0.2257 | **0.4514** | 0.4514 | 0.6719 | 0.6719 |

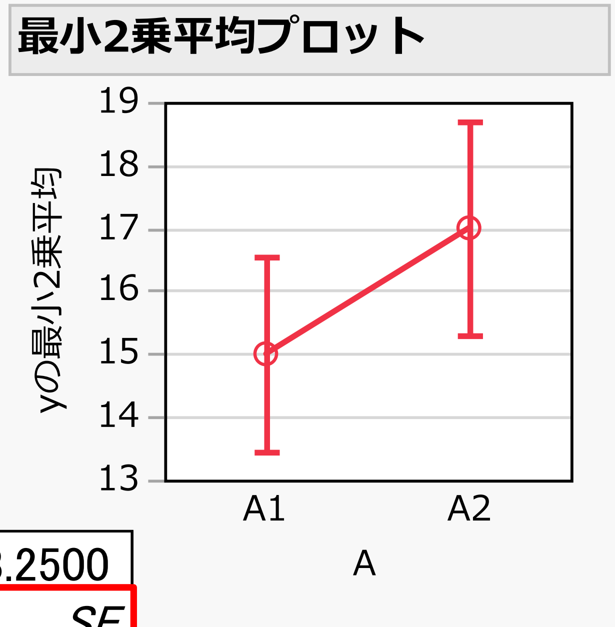
# 因子A の効果

◆「平均」と「最小2乗平均」の違いは何ですか

| 最小2乗平均表 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 水準 | 最小2乗平均 | 標準誤差 | 下側95% | 上側95% | 平均 |
| A1 | 15.0000 | 0.6719 | 13.4507 | 16.5493 | 14.5000 |
| A2 | 17.0000 | 0.7360 | 15.3028 | 18.6972 | 17.0000 |

◆ **A1とA2の標準誤差はどうような計算で求めたものなのですか.**

◆ **それぞれの有効反復数からもとめた*SE*とは異なります.**




| | | |
|---|---|---|
| | $\sigma$ 2^ | 3.2500 |
| | 有効反復数 | *SE* |
| A1 | 8 | 0.6374 |
| A2 | 6 | 0.7360 |

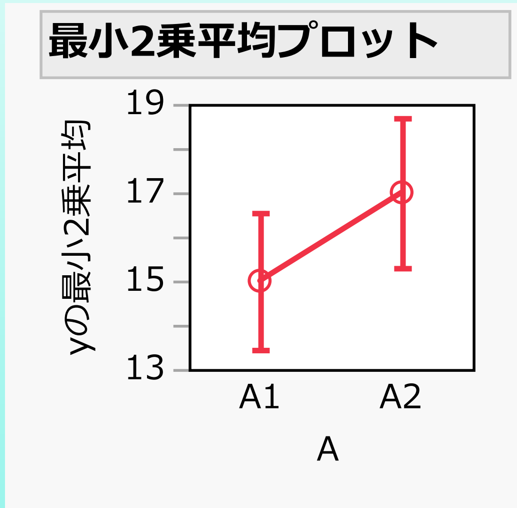
# 最小2乗平均は何者ですか

**最小2乗平均表**

| 水準 | 最小2乗平均 | 標準誤差 | 下側95% | 上側95% | 平均 |
|---|---|---|---|---|---|
| A1 | 15.0000 | 0.6719 | 13.4507 | 16.5493 | 14.5000 |
| A2 | 17.0000 | 0.7360 | 15.3028 | 18.6972 | 17.0000 |

| | $B_1$ | | $B_2$ | | | | $B_3$ | | 平均 $y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 10 | 13 | 14 | 12 | 15 | 11 | 22 | 19 | 14.5 |
| $A_2$ | 15 | 14 | 16 | 18 | | | 21 | 18 | 17.0 |
| 平均 $y$ | 13.0 | | 14.33 | | | | 20.0 | | 15.57 |

| | $B_1$ | | | $B_2$ | | | | | $B_3$ | | | 平均の |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | データ | | 平均 | データ | | | | 平均 | データ | | 平均 | 平均 |
| $A_1$ | 10 | 13 | 11.5 | 14 | 12 | 15 | 11 | 13.0 | 22 | 19 | 20.5 | 15.0 |
| $A_2$ | 15 | 14 | 14.5 | 16 | 18 | | | 17.0 | 21 | 18 | 19.5 | 17.0 |
| 平均 | 13.0 | | 13.0 | 14.33 | | | | 15.0 | 20.0 | | 20.0 | 16.0 |




**セル平均の平均に一致する**

# 線形和による最小2乗平均

| | | | $l_0$ | $l_1$ | $l_2$ | $l_3$ | $l_4$ | $l_5$ | | | $L$ | 最小 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | $L$ | $x_0$ | $a_1$ | $b_1$ | $b_2$ | $a_1b_1$ | $a_1b_2$ | $\theta$^ | | $l\theta$^ | 2 乗平均 |
| $A_1$ | | $L^{(1)}$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16.00 | = | 15.00 | 15.00 |
| $A_2$ | | $L^{(2)}$ | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.00 | | 17.00 | 17.00 |
| | | | | | | | | | -3.00 | | | |
| | | | | | | | | | -1.00 | | | |
| | | | | | | | | | -0.50 | | | |
| | | | | | | | | | -1.00 | | | |

- パラメータ ***θ^***に関する線形和が，JMPの最小2乗平均である.

# 最小2乗平均のSEの計算は？

最小2乗平均表

| 水準 | 最小2乗平均 | 標準誤差 | 下側95% | 上側95% | 平均 |
|---|---|---|---|---|---|
| A1 | 15.0000 | 0.6719 | 13.4507 | 16.5493 | 14.5000 |
| A2 | 17.0000 | 0.7360 | 15.3028 | 18.6972 | 17.0000 |

| | | | $l_0$ | $l_1$ | $l_2$ | $l_3$ | $l_4$ | $l_5$ | | | $L$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | $L$ | $x_0$ | $a_1$ | $b_1$ | $b_2$ | $a_1b_1$ | $a_1b_2$ | $\theta$^ | | $l\theta$^ | $Var(L)$ | $SE(L)$ |
| $A_1$ | | $L^{(1)}$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16.00 | = | 15.00 | 0.4514 | 0.6719 |
| $A_2$ | | $L^{(2)}$ | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.00 | | 17.00 | 0.5417 | 0.7360 |
| | | | | | | | | | -3.00 | | | | |
| | | | | | | | | | -1.00 | | | | |
| | | | | | | | | | -0.50 | | | | |
| | | | | | | | | | -1.00 | | | | |

# パラメータの共分散行列Σ(θ^)

$$\Sigma(\theta\wedge) = (X^T X)^{-1}\sigma^2\wedge$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **0.2483** | -0.0226 | 0.0226 | -0.0451 | 0.0226 | -0.0451 |
| -0.0226 | **0.2483** | 0.0226 | -0.0451 | 0.0226 | -0.0451 |
| 0.0226 | 0.0226 | **0.5191** | -0.2257 | -0.0226 | 0.0451 |
| -0.0451 | -0.0451 | -0.2257 | **0.4514** | 0.0451 | -0.0903 |
| 0.0226 | 0.0226 | -0.0226 | 0.0451 | **0.5191** | -0.2257 |
| -0.0451 | -0.0451 | 0.0451 | -0.0903 | -0.2257 | **0.4514** |

$$\Sigma(\hat{\theta}) = (X^T X)^{-1}\hat{\sigma}^2$$

線形和 $L = l\hat{\theta}$ の分散 $Var(l\hat{\theta})$ は，$l$ に関する 2 次形式

$$Var(l\hat{\theta}) = l[(X^T X)^{-1}\hat{\sigma}^2]l^T = l\Sigma(\hat{\theta})l^T$$

# $A_1$についての標準誤差

| 最小2乗平均表 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 水準 | 最小2乗平均 | 標準誤差 | 下側95% | 上側95% | 平均 |
| A1 | 15.0000 | 0.6719 | 13.4507 | 16.5493 | 14.5000 |
| A2 | 17.0000 | 0.7360 | 15.3028 | 18.6972 | 17.0000 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $l_0$ | $l_1$ | | $\Sigma(\theta\hat{})=(X^TX)^{-1}\sigma\hat{}^2$ | | | | | |
| A | $L$ | | $x_0$ | $a_1$ | | $x_0$ | $a_1$ | | $l^T$ | | |
| $A_1$ | $L^{(1)}$ | | **1** | **1** | | **0.2483** | -0.0226 | | **1** | | |
| | | | | | | -0.0226 | **0.2483** | | **1** | | |
| | | | | | | | | | | | $Var(A_1)$ |
| | | | | | | 0.2257 | 0.2257 | | **1** | = | 0.4514 |
| | | | | | | | | | **1** | | |
| | | | | | | | | | | | $SE(A_1)$ |
| | | | | | | | | | | | **0.6719** |

# 最小2乗平均に対する95%信頼区間

| | | | $l_0$ | $l_1$ | $l_2$ | $l_3$ | $l_4$ | $l_5$ | | | | | 幅 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | $L$ | $x_0$ | $a_1$ | $b_1$ | $b_2$ | $a_1b_1$ | $a_1b_2$ | $\theta$^ | | $l\theta$^ | $Var(l\theta$^$)$ | $t_{0.05}\times SE$ | $L$95% | $U$95% |
| $A_1$ | | $L^{(1)}$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16.00 | = | 15.00 | 0.4514 | 1.5493 | 13.45 | 16.55 |
| $A_2$ | | $L^{(2)}$ | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.00 | | 17.00 | 0.5417 | 1.6972 | 15.30 | 18.70 |
| | $B_1$ | $L^{(3)}$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -3.00 | | 13.00 | 0.8125 | 2.0786 | 10.92 | 15.08 |
| | $B_2$ | $L^{(4)}$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -1.00 | | 15.00 | 0.6094 | 1.8001 | 13.20 | 16.80 |
| | $B_3$ | $L^{(5)}$ | 1 | 0 | -1 | -1 | 0 | 0 | -0.50 | | 20.00 | 0.8125 | 2.0786 | 17.92 | 22.08 |
| $A_1$ | $B_1$ | $L^{(6)}$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1.00 | | 11.50 | 1.6250 | 2.9396 | 8.56 | 14.44 |
| | $B_2$ | $L^{(7)}$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | 13.00 | 0.8125 | 2.0786 | 10.92 | 15.08 |
| | $B_3$ | $L^{(8)}$ | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | | | 20.50 | 1.6250 | 2.9396 | 17.56 | 23.44 |
| $A_2$ | $B_1$ | $L^{(9)}$ | 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 | | | 14.50 | 1.6250 | 2.9396 | 11.56 | 17.44 |
| | $B_2$ | $L^{(10)}$ | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 | | | 17.00 | 1.6250 | 2.9396 | 14.06 | 19.94 |
| | $B_3$ | $L^{(11)}$ | 1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 1 | | | 19.50 | 1.6250 | 2.9396 | 16.56 | 22.44 |

$l\theta$^=Mmult($l$の範囲, $\theta$^の範囲)　$SE$=sqrt($Var(l\theta$^$)$)　$t_{0.05}$=T.Inv.2T(0.05, 8)=2.3060

$Var(l\theta$^$)$=Mmult( Mmult( $l$の範囲, $\Sigma$ ($\theta$^) の範囲),Transpose($l$の範囲))

◆ **GLM の最小2乗平均の95%信頼区間に一致**

# 最小2乗平均の差に対する95%信頼区間

| | | | $l_0$ | $l_1$ | $l_2$ | $l_3$ | $l_4$ | $l_5$ | | | | | 幅 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | $L$ | $x_0$ | $a_1$ | $b_1$ | $b_2$ | $a_1b_1$ | $a_1b_2$ | $\theta$^ | | $l\theta$^ | $Var(l\theta$^$)$ | $t_{0.05}\times SE$ | $L$95% | $U$95% |
| $A_1$-$A_1$ | | $L^{(12)}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16.00 | = | 0.00 | 0.0000 | 0.0000 | 0.00 | 0.00 |
| $A_2$-$A_1$ | | $L^{(13)}$ | 0 | -2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.00 | | 2.00 | 0.9931 | 2.2980 | -0.30 | 4.30 |
| | $B_1$-$B_1$ | $L^{(14)}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3.00 | | 0.00 | 0.0000 | 0.0000 | 0.00 | 0.00 |
| | $B_2$-$B_1$ | $L^{(15)}$ | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | -1.00 | | 2.00 | 1.4219 | 2.7497 | -0.75 | 4.75 |
| | $B_3$-$B_1$ | $L^{(16)}$ | 0 | 0 | -2 | -1 | 0 | 0 | -0.50 | | 7.00 | 1.6250 | 2.9396 | 4.06 | 9.94 |
| $A_1B_1-A_1B_1$ | | $L^{(17)}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.00 | | 0.00 | 0.0000 | 0.0000 | 0.00 | 0.00 |
| $A_1B_2-A_1B_1$ | | $L^{(18)}$ | 0 | 0 | -1 | 1 | -1 | 1 | | | 1.50 | 2.4375 | 3.6002 | -2.10 | 5.10 |
| $A_1B_3-A_1B_1$ | | $L^{(19)}$ | 0 | 0 | -2 | -1 | -2 | -1 | | | 9.00 | 3.2500 | 4.1572 | 4.84 | 13.16 |
| $A_2B_1-A_2B_1$ | | $L^{(20)}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | 0.00 | 0.0000 | 0.0000 | 0.00 | 0.00 |
| $A_2B_2-A_2B_1$ | | $L^{(21)}$ | 0 | 0 | -1 | 1 | 1 | -1 | | | 2.50 | 3.2500 | 4.1572 | -1.66 | 6.66 |
| $A_2B_3-A_2B_1$ | | $L^{(22)}$ | 0 | 0 | -2 | -1 | 2 | 1 | | | 5.00 | 3.2500 | 4.1572 | 0.84 | 9.16 |

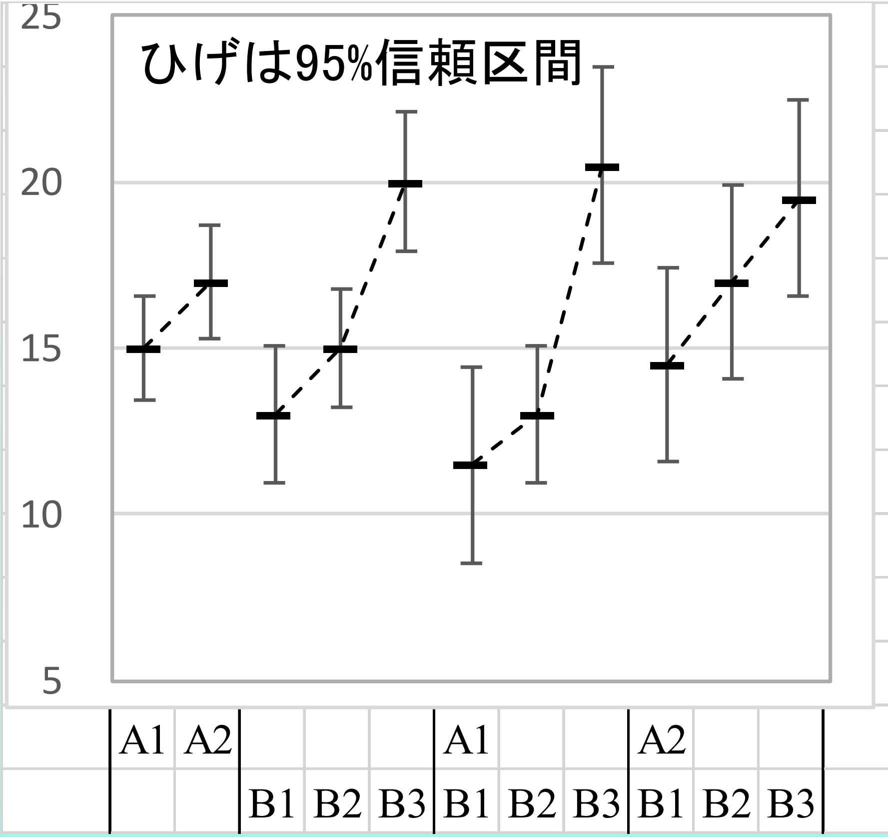
$l\theta$^=Mmult($l$の範囲, $\theta$^の範囲)

$t_{0.05}$= T.Inv.2T(0.05, 8)=2.3060

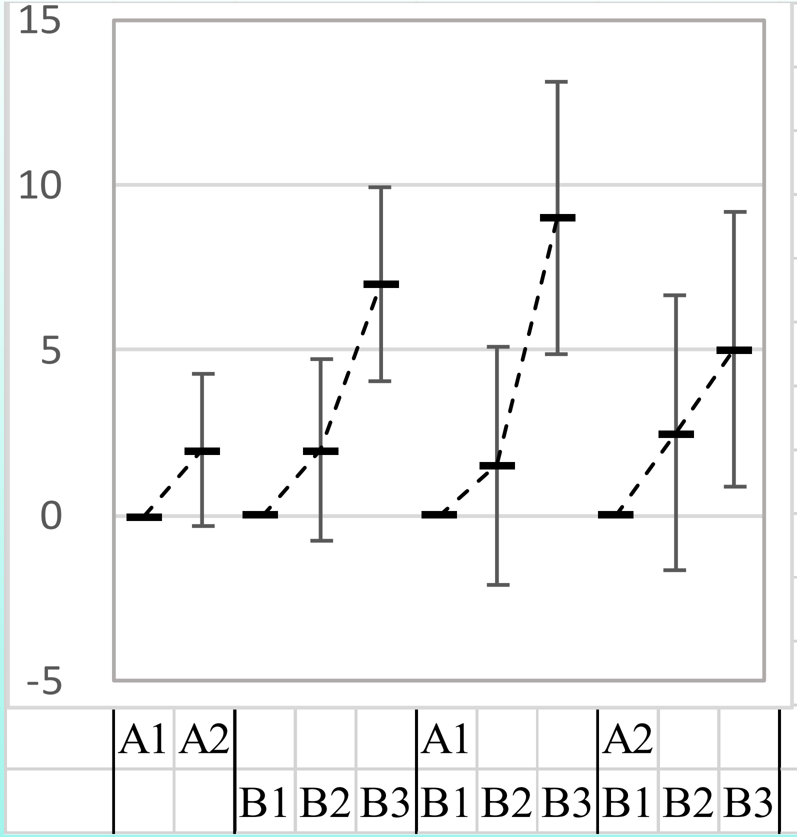
$Var(l\theta$^$)$=Mmult( Mmult( $l$の範囲, $\Sigma$ ($\theta$^) の範囲),Transpose($l$の範囲))

◆GLMのEstimateステートメントの結果に一致

# 95%信頼区間付きの推定値




水準ごとの最小2乗平均



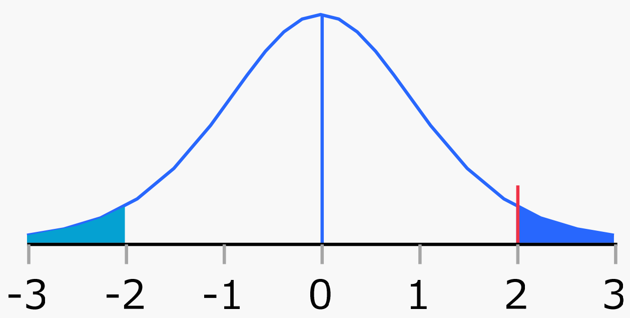

差の最小2乗平均

# JMP：因子Aの水準間の差 1

- 効果の詳細　A のプルダウンメニュー
  - 最小2乗平均差のStudentの *t* 検定
    - 詳細な比較

**A2をA1と比較**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 差 | 2.0000 | t値 | 2.006981 |
| 差の標準誤差 | 0.9965 | 自由度 | 8 |
| 差の上側信頼限界 | 4.2980 | p値(Prob>\|t\|) | 0.0797 |
| 差の下側信頼限界 | -0.2980 | p値(Prob>t) | 0.0398* |
| 信頼率 | 0.95 | p値(Prob<t) | 0.9602 |



# 因子Aの水準間の差 2

◆ 対比の設定による場合

**対比**

対比の指定

A

| | | | |
|---|---|---|---|
| A1 | -1 | + | - |
| A2 | 1 | + | - |

+または-をクリックして

列の新規作成　完了

**対比**

**検定の詳細**

| | |
|---|---|
| A1 | -1 |
| A2 | 1 |
| 推定値 | 2 |
| 標準誤差 | 0.9965 |
| t値 | 2.007 |
| p値(Prob>\|t\|) | 0.0797 |
| 平方和 | 13.091 |
| 下側95% | -0.298 |
| 上側95% | 4.298 |

**パラメータ関数**

| パラメータ | |
|---|---|
| 切片 | 0 |
| A[A1] | -2 |
| B[B1] | 0 |
| B[B2] | 0 |
| A[A1]*B[B1] | 0 |
| A[A1]*B[B2] | 0 |

| 平方和 | 分子自由度 | 分母自由度 | F値 | p値(Prob>F) |
|---|---|---|---|---|
| 13.09 | 1 | 8 | 4.0280 | 0.0797 |

# 因子Aの水準間の差 3

◆カスタム検定による水準間の差

●対比による比較での「パラメータ関数」の結果を使う.

カスタム検定

A2-A1

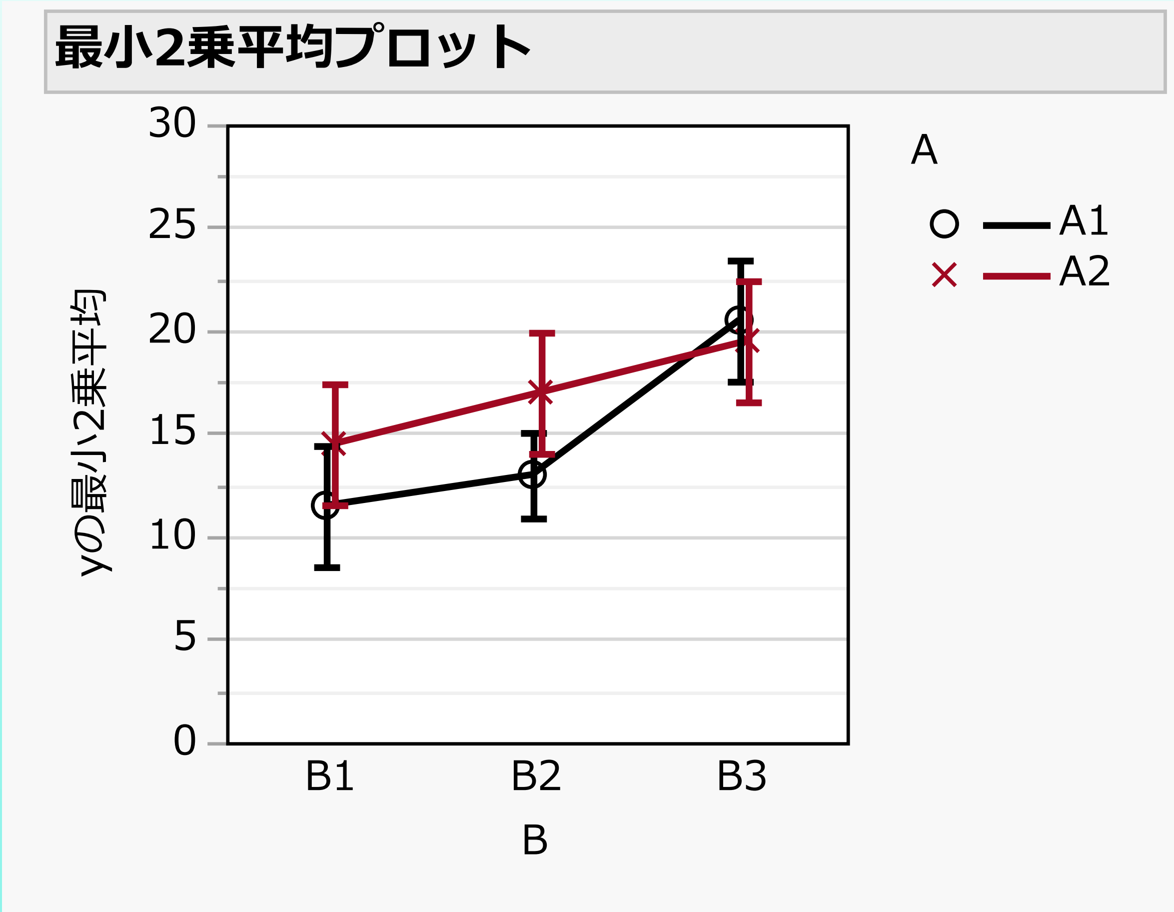
| パラメータ | |
|---|---|
| 切片 | 0 |
| A[A1] | -2 |
| B[B1] | 0 |
| B[B2] | 0 |
| A[A1]*B[B1] | 0 |
| A[A1]*B[B2] | 0 |
| = | 0 |

| | |
|---|---|
| 値 | 2 |
| 標準誤差 | 0.9965217286 |
| t値 | 2.006980824 |
| p値(Prob>\|t\|) | 0.0796500216 |
| 平方和 | 13.090909091 |

| | |
|---|---|
| 平方和 | 13.090909091 |
| 分子自由度 | 1 |
| F値 | 4.027972028 |
| p値(Prob>F) | 0.0796500216 |

# 最小2乗平均の交互作用プロット

- V15 より「ひげ」が付くようになり， V16より重なりをずらすようになり，実用的になった．



# まとめ 1

- 伝統的な分散分析による解析法とJMPの「モデルのあてはめ」の解析法が，異なることを示した.
- 伝統的な分散分析による解析方法は，コンピュータのない時代に，定式化された優れた解析方法であった.
- そのために，繰り返しが不揃いの2元配置のデータの解析できないとの致命的な欠陥が内在していた.

# まとめ 2

- 多くの実験計画法の教科書は，手計算時代の解析手順を踏襲している.
- 従って，現代的な統計ソフトJMPなどの解析方法が，まったく示されていない.
- 繰り返しが不揃いの2元配置のデータの解析もできるような解析手順を示した実験計画法の教科書が必要である.

# ご清聴ありがとうございました